

L'ESPERANCE DE VIE : UNE APPROCHE PEDAGOGIQUE

Evelyne Laurent

CREAM, Université de Rouen – 76186 ROUEN CEDEX 1
evelyne.laurent@univ-rouen.fr

Résumé. L'espérance de vie est l'un des principaux indicateurs en matière d'analyse et de projection démographiques. Elle participe également à l'évaluation du niveau de développement d'un pays, notamment comme composant de l'indice de développement humain. Si chacun perçoit, de façon intuitive, la signification de cet indicateur, comprendre la façon précise dont il est calculé nécessite la connaissance de quelques notions de statistique. Nous nous inscrivons ici dans une double perspective : présenter de façon détaillée le mode opératoire du calcul de l'espérance de vie, en donner l'interprétation précise et proposer parallèlement le support pédagogique à des travaux pratiques de statistique.

Mots-clés. Enseignement de la statistique, espérance de vie, durée moyenne de vie, quotient de mortalité, génération fictive.

Abstract. Life expectancy is one of the main indicators for demographic analysis and projection. It is also used to evaluate the degree of development of a country, in particular by being a component of the Human Development Index. Everyone can intuitively grasp the significance of this indicator. However understanding exactly how it is calculated requires knowledge of some statistical concepts. This study focuses on two objectives: it presents in detail the procedure of the life expectancy computation, as well as its precise interpretation and finally proposes a pedagogical support for practical work in statistics.

Keywords. Teaching of statistics, life expectancy, average lifetime, death probability, imaginary generation.

1 Introduction

L'espérance de vie à la naissance représente la durée de vie moyenne – autrement dit l'âge moyen au décès – d'une génération fictive soumise aux conditions de mortalité de l'année (Insee). Le calcul de cet indicateur s'effectue à partir des *tables de mortalité*. Après avoir présenté le contenu de celles-ci, nous expliquerons de façon détaillée le mode de calcul de l'espérance de vie. Nous donnerons également une interprétation précise de la signification de cet indicateur (ce qu'est l'espérance de vie mais aussi ce qu'elle n'est pas) et nous terminerons par quelques suggestions d'ordre pédagogique.

2 Quotients de mortalité et tables de mortalité

Les données statistiques utilisées pour le calcul de l'espérance de vie figurent dans les tables de mortalité dites du moment. Celles-ci contiennent, pour une période donnée¹, les quotients de mortalité par âge. Le quotient de mortalité à l'âge x correspond à la fréquence des décès à l'âge x parmi les individus ayant atteint cet âge x , ceci pendant la période d'observation. Le quotient de mortalité à l'âge x peut aussi être interprété comme la probabilité, pour un individu ayant atteint l'âge x , de décéder à l'âge x (donc avant d'avoir atteint l'âge $x + 1$). En appliquant ensuite ces quotients de

¹ La période retenue par l'Insee est de trois années, afin d'éviter les aléas des tables annuelles et de disposer d'une table par âge détaillée.

mortalité à une génération fictive de par exemple 100 000 individus² (soit $S_0 = 100\ 000$), on obtient le nombre de survivants à chaque âge.

Tableau 1 : *Table de mortalité des années 2009-2011 en France métropolitaine (extraits)*

| Âge x | Sexe masculin | | | Sexe féminin | | | Ensemble | | |
|---------|---------------|---------------|----------------|--------------|---------------|----------------|--------------|---------------|----------------|
| | S_x (*) | Q_x (**) | E_x (***) | S_x (*) | Q_x (**) | E_x (***) | S_x (*) | Q_x (**) | E_x (***) |
| 0 | 100 000 | 384 | 78,09 | 100 000 | 319 | 84,71 | 100 000 | 352 | 81,32 |
| 1 | 99 616 | 30 | 77,39 | 99 681 | 28 | 83,98 | 99 648 | 29 | 80,61 |
| 2 | 99 586 | 19 | 76,41 | 99 653 | 16 | 83,01 | 99 619 | 18 | 79,63 |
| 3 | 99 566 | 15 | 75,42 | 99 637 | 11 | 82,02 | 99 601 | 13 | 78,64 |
| 4 | 99 552 | 11 | 74,44 | 99 626 | 8 | 81,03 | 99 588 | 10 | 77,65 |
| 5 | 99 541 | 11 | 73,44 | 99 618 | 8 | 80,03 | 99 578 | 10 | 76,66 |
| 6 | 99 530 | 12 | 72,45 | 99 610 | 8 | 79,04 | 99 569 | 10 | 75,67 |
| 7 | 99 518 | 9 | 71,46 | 99 601 | 7 | 78,05 | 99 559 | 8 | 74,68 |
| 8 | 99 509 | 9 | 70,47 | 99 594 | 8 | 77,05 | 99 551 | 8 | 73,68 |
| | | | | | | | | | |
| 60 | 87 947 | 1 035 | 22,44 | 94 179 | 442 | 27,15 | 90 988 | 735 | 24,82 |
| 61 | 87 037 | 1 094 | 21,67 | 93 763 | 462 | 26,27 | 90 319 | 774 | 24,00 |
| 62 | 86 085 | 1 141 | 20,90 | 93 330 | 501 | 25,39 | 89 620 | 816 | 23,18 |
| 63 | 85 103 | 1 224 | 20,14 | 92 862 | 539 | 24,51 | 88 890 | 874 | 22,37 |
| 64 | 84 061 | 1 313 | 19,38 | 92 362 | 575 | 23,64 | 88 112 | 935 | 21,56 |
| 65 | 82 958 | 1 432 | 18,63 | 91 831 | 621 | 22,78 | 87 288 | 1 016 | 20,76 |
| | | | | | | | | | |

Source : Insee

- (*) S_x : survivants à l'âge x ,
- (**) Q_x : quotients de mortalité pour 100 000 survivants à l'âge x ,
- (***) E_x : espérance de vie à l'âge x .

A titre d'illustration référons-nous, dans le tableau 1, à la colonne des quotients de mortalité des individus de sexe masculin. La première valeur 384 p. 100 000, Q_0 , signifie que sur 100 000 nouveau-nés de sexe masculin, 384 sont décédés durant leur première année de vie, soit à l'âge de 0 an. Par conséquent le nombre de survivants à 1 an, S_1 , est égal à 99 616 ($100\ 000 - 384$). Plus bas dans la même colonne, sur 87 947 hommes ayant atteint l'âge de 60 ans, 1 035 p. 100 000 d'entre eux, soit 910 individus, sont décédés à l'âge de 60 ans, par conséquent il reste 87 037 survivants ($87\ 947 - 910$) à l'âge de 61 ans.

Voyons maintenant comment sont obtenues les valeurs des colonnes de l'espérance de vie E_x .

3 Calcul de l'espérance de vie

Afin de simplifier la présentation, nous utiliserons des données fictives simples relatives à une population imaginaire dont la durée de vie n'excède pas 10 ans.

En appliquant les quotients de mortalité observés à un moment donné à une population de 100 individus, nous pouvons établir conjointement les valeurs de S_x et de D_x , nombres respectifs de survivants et de décès à l'âge x .

² Ce nombre constitue la racine de la table.

Tableau 2 : Table de mortalité du moment d'une population imaginaire

| Age x | Q_x quotient de mortalité à l'âge x | S_x nombre de survivants à l'âge x | D_x nombre de décès à l'âge x | E_x espérance de vie à l'âge x |
|---------|--|---|--------------------------------------|---------------------------------------|
| 0 | 0,100 | 100 | 10 | 6,91 |
| 1 | 0,011 | 90 | 1 | 6,62 |
| 2 | 0,022 | 89 | 2 | 5,69 |
| 3 | 0,034 | 87 | 3 | 4,81 |
| 4 | 0,036 | 84 | 3 | 3,96 |
| 5 | 0,062 | 81 | 5 | 3,09 |
| 6 | 0,145 | 76 | 11 | 2,26 |
| 7 | 0,277 | 65 | 18 | 1,56 |
| 8 | 0,574 | 47 | 27 | 0,97 |
| 9 | 0,900 | 20 | 18 | 0,60 |
| 10 | 1,000 | 2 | 2 | 0,50 |
| 11 | | 0 | | |
| | | | $\Sigma = 100$ | |

En faisant l'hypothèse d'uniformité de la distribution des décès entre l'âge x et l'âge $x + 1$, un individu mourant à 0 an vit en moyenne 0,5 an, un individu mourant à 7 ans vit en moyenne 7,5 ans. La durée moyenne de vie probable des individus de cette génération fictive, i.e. l'espérance de vie à la naissance de cette génération, notée E_0 , est donc:

$$E_0 = \frac{\sum_{x=0}^{x=\omega} D_x (x+0,5)}{\sum_{x=0}^{x=\omega} D_x} = \frac{\sum_{x=0}^{x=\omega} D_x x}{\sum_{x=0}^{x=\omega} D_x} + 0,5 = 6,91 \text{ ans}$$

avec ω = âge maximal atteint par les individus.

Pour calculer de façon simple et rapide l'espérance de vie à partir des tables de mortalité sans avoir besoin de construire la colonne des D_x , on peut transformer la formule de l'espérance de vie de la façon suivante :

Comme $D_x = S_x - S_{x+1}$ et $\sum_{x=0}^{x=\omega} D_x = S_0$ on peut écrire :

$$E_0 = \frac{\sum_{x=0}^{x=\omega} (S_x - S_{x+1}) x}{S_0} + 0,5$$

En développant et en simplifiant on obtient :

$$E_0 = \frac{\sum_{x=1}^{x=\omega} S_x}{S_0} + 0,5$$

D'une façon plus générale, l'espérance de vie à l'âge x représente le nombre moyen d'années

restant à vivre aux individus ayant atteint l'âge x , et ce dans les conditions de mortalité du moment. L'espérance de vie à la naissance est un cas particulier d'espérance de vie à l'âge x où x est égal à 0. Pour calculer l'espérance de vie à un âge a quelconque, on utilisera la formule :

$$E_a = \frac{\sum_{x=a}^{x=\omega} D_x (x-a+0,5)}{\sum_{x=a}^{x=\omega} D_x} = \frac{\sum_{x=a}^{x=\omega} D_x (x-a)}{\sum_{x=a}^{x=\omega} D_x} + 0,5$$

En effectuant les mêmes transformations que précédemment, on obtient :

$$E_a = \frac{\sum_{x=a+1}^{x=\omega+1} S_x}{S_a} + 0,5$$

C'est la formule générale permettant d'obtenir les valeurs de l'espérance que nous avons notées dans la dernière colonne du tableau précédent. Par exemple $E_7 = 1,56$ an. Les individus ayant atteint l'âge de 7 ans vivront encore en moyenne 1,56 an.

4 Signification de l'espérance de vie

L'espérance de vie est un indice synthétique qui représente, comme nous l'avons déjà indiqué, la durée de vie moyenne d'une génération fictive dans les conditions de mortalité du moment. Ce calcul relève d'une *approche transversale*, c'est-à-dire qu'il reflète les conditions de mortalité du moment (une année ou une période de quelques années). Il prend en compte des données relatives à différentes générations (les individus d'âges différents décédant une même année sont nécessairement de générations différentes).

L'espérance de vie doit ainsi être distinguée de la durée moyenne de vie des individus d'une génération donnée, indicateur dont le calcul ne peut s'effectuer qu'une fois éteinte la génération concernée. On pratique dans ce cas une *approche longitudinale*.

Contrairement à ce que le terme *espérance de vie* peut laisser croire, cet indicateur ne constitue pas une prévision de la durée moyenne de vie des individus nés lors de la période considérée. Par exemple, en se référant au tableau 1, dire que les individus de sexe masculin nés en France métropolitaine entre 2009 et 2011 vivront en moyenne 78,09 ans est une interprétation erronée de l'indicateur. Cette interprétation serait valable si les conditions de mortalité observées lors de cette période demeuraient inchangées, autrement dit si les quotients de mortalité de la période 2009-2011 restaient stables. Comme le démontrent de manière fort pertinente Vallin et Grazielli (2001) à partir de l'exemple de Jeanne Calment, les quotients de mortalité par âge évoluent tout le long de la vie des individus. L'espérance de vie, comme tout indicateur transversal est une photographie des conditions de mortalité d'un pays à un moment donné et rien d'autre !

Enfin on évitera de confondre la *longévité*, âge maximum que les individus peuvent atteindre, avec l'espérance de vie qui est un âge moyen.

5 Aspects pédagogiques

Une bonne introduction pour comprendre la construction de l'indicateur est l'animation « Comment mesure-t-on l'espérance de vie ? » proposée par G. Pison et S. Belloc (2011) sur le site de l'Ined. Ensuite, sur le plan pédagogique, nous pouvons faire quelques suggestions aux enseignants en matière de travaux pratiques :

- 1) A partir des tables de mortalité (Beaumel et Bellamy, 2013), on peut représenter graphiquement les quotients de mortalité des hommes et des femmes en fonction de l'âge (graphique semi-logarithmique). Deux observations principales peuvent être faites. Premièrement, si l'on excepte le tout premier âge de la vie où le risque de décès n'est pas négligeable, les quotients de mortalité sont quasiment nuls jusqu'à dix ans, ensuite ils augmentent fortement avec l'âge. Deuxièmement, à tous les âges, on observe une surmortalité masculine, ce qui a pour conséquence une espérance de vie plus élevée chez les femmes que chez les hommes.
- 2) L'espérance de vie est un indice synthétique de mesure de la mortalité. Il existe cependant d'autres indicateurs comme par exemple le taux de mortalité calculé en rapportant le nombre de décès observé durant une année à la population moyenne de l'année considérée. Cet indicateur est fortement influencé par la structure par âge de la population, le risque de décès augmentant avec l'âge. Pour pouvoir effectuer des comparaisons pertinentes dans le temps ou dans l'espace, il convient d'utiliser un indicateur neutralisant cet effet de structure. C'est le cas de l'espérance de vie. On pourra développer cet aspect technique en faisant le parallèle avec la mesure de la fécondité (Laurent, 2013).
- 3) On pourra bien entendu se pencher sur les données statistiques et se référer, pour les commenter, aux études de l'Institut national des études démographiques concernant :
 - l'évolution de l'espérance de vie sur longue période mais aussi plus récemment en France (Ined 2010, Pison 2005). Si durant ces dernières décennies celle-ci a fortement augmenté, on observe en 2012 un ralentissement de cette croissance. Quelles sont les perspectives d'allongements de la durée de vie ? (Vallin et Meslé, 2010)
 - l'évolution de l'écart hommes-femmes. Dans les pays industrialisés, cet écart s'est creusé jusque dans les années 1970, et c'est ensuite réduit. Cet avantage féminin est-il menacé ? (Meslé, 2004).
 - au niveau mondial, la durée de vie moyenne a également augmenté (Ined, 2011), mais de forts contrastes demeurent entre les pays (Pison, 2011 et 2013).
- 4) On pourra également élargir l'analyse à un indicateur complémentaire : l'espérance de vie sans incapacité (Robine et Cambois, 2013).

Conclusion

L'originalité et l'intérêt de notre démarche résident dans le choix d'un indicateur « grand public » comme support à l'enseignement de la statistique. Après avoir défini les quotients de mortalité et présenté les tables de mortalité, nous avons expliqué comment était calculée l'espérance de vie et nous en avons ensuite précisé la signification. Cet indicateur est relativement simple à construire, il permet d'utiliser des données réelles, facilement accessibles, et joue l'interdisciplinarité. Il offre ainsi une palette de travaux pratiques en statistique appliquée aux populations humaines.

Bibliographie

- [1] Beaumel C., Bellamy V. (2013), La situation démographique en 2011, *Insee Résultats*, n°145, Tableau 68 (France métropolitaine), http://www.insee.fr/fr/themes/detail.asp?reg_id=0&ref_id=ir-sd2011&page=irweb/sd2011/dd/sd2011_mortalite.htm
- [2] Ined (2010), La durée de vie en France de 1740 à 2010, *fiche pédagogique*, http://www.ined.fr/fichier/t_telechargement/30917/telechargement_fichier_fr_duree_vie_2010.pdf
- [3] Ined (2011), La durée de vie dans le monde, *fiche pédagogique*, http://www.ined.fr/fichier/t_telechargement/30902/telechargement_fichier_fr_esperance_vie_monde_2010.pdf

- [4] Laurent E. (2013), Les mesures de la fécondité comme support pédagogique à l'enseignement de la statistique, *Statistique et Enseignement*, volume 4, n°2, décembre, pp 67-85, <http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/StatEns/article/view/244/227>
- [5] Meslé F. (2004), Espérance de vie: un avantage féminin menacé?, *Population et sociétés*, n°402 juin. http://www.ined.fr/fichier/t_publication/484/publi_pdf1_pop_et_soc_francais_402.pdf
- [6] Pison G. (2005), France 2004: l'espérance de vie franchit le seuil de 80 ans, *Population et sociétés*, n°410, décembre. http://www.ined.fr/fichier/t_telechargement/30918/telechargement_fichier_fr_francais.410.pdf
- [7] Pison G. (2011), Atlas de la population (la population en chiffres), animation, site de l'Ined, http://www.ined.fr/fr/tout_savoir_population/atlas_population/
- [8] Pison G. (2013), Tous les pays du monde, *Population et sociétés*, n°503, septembre, http://www.ined.fr/fichier/t_publication/1653/publi_pdf1_population_societes_2013_503_population_monde.pdf
- [9] Pison G., Belloc S. (2011), « Comment mesure-t-on l'espérance de vie ? », animation, site de l'Ined, http://www.ined.fr/fr/tout_savoir_population/animations/esperance_vie/
- [10] Robine J-M, Cambois E. (2013), Les espérances de vie en bonne santé des Européens, *Population et sociétés*, n°499, avril, http://www.ined.fr/fichier/t_publication/1639/publi_pdf1_population_societes_2013_499_esperances_vie.pdf
- [11] Vallin J., Caselli G. (2001), L'artifice de la cohorte fictive, in : Graziella Caselli, Jacques Vallin et Guillaume Wunsch (éd), *Démographie : analyse et synthèse*, Volume 1, La dynamique des populations, Ined, Paris, Chapitre 14, pp 271-327.
- [12] Vallin J., Meslé F. (2010), Espérance de vie : peut-on gagner trois mois par an indéfiniment?, *Population et sociétés*, n°473, décembre. http://www.ined.fr/fichier/t_publication/1521/publi_pdf1_pes473.pdf