

UN MODÈLE DE MÉLANGE AMORÇAGE-PROPAGATION EN FATIGUE DES MATÉRIAUX

Rémy Fouchereau ¹ & Gilles Celeux ² & Patrick Pamphile ¹

¹ *Université Paris-Sud 11*

² *INRIA*

Résumé. La courbe $S - N$ est le moyen le plus courant d'analyse et de prédiction de la durée de vie d'un matériau, d'un composant ou d'une structure. Les résultats d'un test de fatigue sont très dispersés, plus particulièrement pour les fortes durées de vie, lieu d'apparition d'un phénomène de bi-modalité. Ces constats sont la raison de la proposition d'un modèle probabiliste. Celui-ci est composé d'un modèle de mélange spécifique, prenant en compte l'approche apportée par la mécanique de la rupture sans nécessiter d'information supplémentaire sur la microstructure du matériau. Il utilise le fait que la fatigue peut être vue comme la somme d'un amorçage de fissure suivi de sa propagation. Les paramètres du modèle sont estimés à l'aide d'un algorithme EM, où l'étape de maximisation combine une méthode d'optimisation de Newton-Raphson et une intégration de type Monte-Carlo. Le modèle « amorçage-propagation » offre une représentation parcimonieuse des courbes $S - N$ dont les paramètres peuvent être facilement interprétés par des ingénieurs matériau. Ce modèle a été testé à l'aide de simulations et appliqué sur des données réelles (données sur l'Inconel 718). Par ailleurs une extension du modèle a été proposée afin de mieux prendre en compte l'hétérogénéité des données.

Mots-clés. Courbe S-N, fiabilité

Abstract. $S - N$ curve is the main tool to analyze and predict fatigue lifetime of a material, component or structure. Fatigue test results are widely scattered, especially for High Cycle Fatigue region where split $S - N$ curves appear. This is the motivation to propose a probabilistic model. This model is a specific mixture model based on a fracture mechanic approach, and does not require microstructure information. It makes use of the fact that the fatigue lifetime can be regarded as the sum of the crack initiation and propagation lifes. The model parameters are estimated with an EM algorithm for which the maximisation step combines Newton-Raphson optimisation method and Monte Carlo integrations. The resulting model provides a parsimonious representation of S-N curves with parameters easily interpreted by mechanic or material engineers. This model has been applied to simulated and real fatigue test data sets. These numerical experiments highlight its ability to produce a good fit of the S-N curves on the whole range of cycles. We also propose an extension of this model in order to take into account data heterogeneity.

Keywords. S-N curve, reliability,

1 Présentation - Fatigue des matériaux

Le dommage par fatigue concerne les composants soumis à des contraintes variables et qui voient leurs caractéristiques matériaux changer au cours du temps, essentiellement à cause de la formation de fissures. Ce dommage peut entraîner la rupture. une particularité de la fatigue est que la rupture peut se produire pour des contraintes apparentes relativement faibles lorsqu'elles sont répétées un grand nombre de fois.

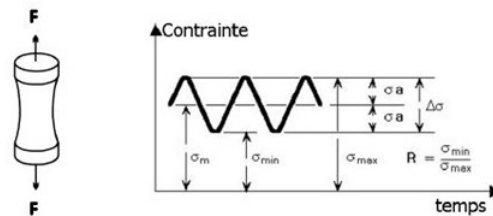


FIGURE 1 – Test de fatigue

1.1 Courbe $S - N$

Les résultats des tests de fatigue sont regroupés au sein d'une courbe $S - N$ (Contrainte - Nombre de Cycles), encore appelée courbe de Wöhler, visualisable sur la Figure 2.

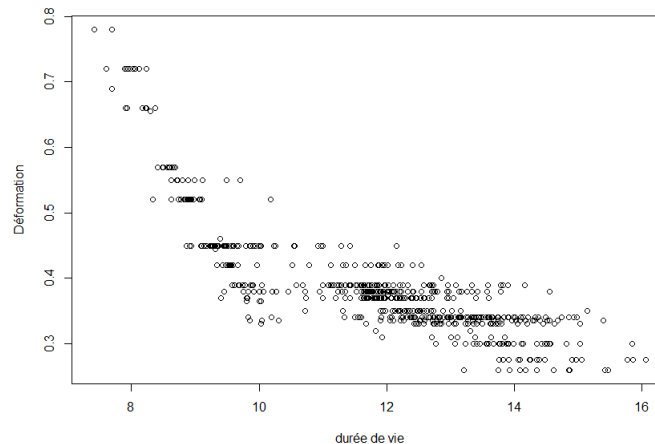


FIGURE 2 – 450 degrés, visualisation de la courbe S-N issue des données snecma.

Nous proposons dans cet article une modélisation de cette courbe ainsi qu'une intégration d'informations complémentaires permettant de mieux prendre en compte l'hétérogénéité des données.

2 Modèle de mélange amorçage-propagation

Le graphique 3 représente le quantile plot des données contre une loi lognormale a des niveaux de contraintes différentes.

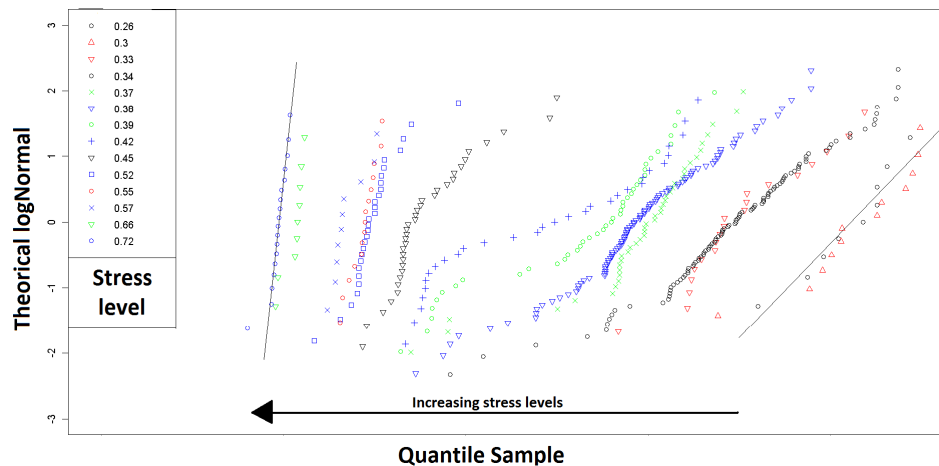


FIGURE 3 – quantile plot de la distribution empirique de $\log N$ contre une distribution lognormale en fonction de la déformation

On observe les points suivants :

1. Pour les forts niveaux de déformation (faibles durées de vie), on observe un bon ajustement des points par une droite. Une seule lognormale semble convenir pour la modélisation.
2. La même remarque peut être réalisée pour les plus faibles niveaux de déformation (fortes durées de vie), bien que l'ajustement linéaire soit moins bon.
3. Pour ce qui est des niveaux intermédiaires, une seule distribution ne suffit plus. On observe une première partie linéaire qui a la même pente que celle des forts niveaux de déformation (1), puis un plateau, et enfin une autre partie linéaire qui est parallèle à ce qui se passe aux faibles niveaux (2).

Ce phénomène nous indique qu'il y a donc deux distributions des données : une liée au fort niveau de déformation et l'autre aux faibles.

Ce phénomène est en fait lié à l'initiation de la fissure. Il existe en effet deux types de départ :

1. Un départ rapide lié à la présence d'un défaut dans le matériau : dès le premier cycle une fissure se forme.
2. Un départ lent où, petit à petit une micro-fissure se forme, menant à terme à la rupture.

Nous proposons donc le modèle de mélange suivant avec une composante lognormale (f_{N_p}) et une composante somme de lognormales ($f_{N_p+N_i}$) :

$$f_N = \pi(S)f_{N_p}(S, \theta) + (1 - \pi(S))f_{N_i+N_p}(S, \theta), \quad (1)$$

où N_i est la durée d'initialisation de la fissure. N_p le nombre de cycles de propagation de celle-ci. π est la probabilité d'amorcer rapidement.

$$f_{N_p}(n, s) = \frac{1}{n \sigma_p \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{[\ln(n) - (\alpha_p s + \beta_p)]^2}{2\sigma_p^2}\right); \quad (2)$$

Ce modèle nécessite l'utilisation d'un algorithme de type EM (cf. Dempster & al.) afin d'obtenir une estimation de $\hat{\theta}$. Toutefois la partie maximisation de cet algorithme n'est pas explicite, nous avons donc eu recours à un algorithme de Newton-Raphson combiné à une intégration de Monte Carlo.

Remarque : Le modèle (1) est nommé modèle de mélange amorçage-propagation

3 Utilisation d'informations supplémentaires

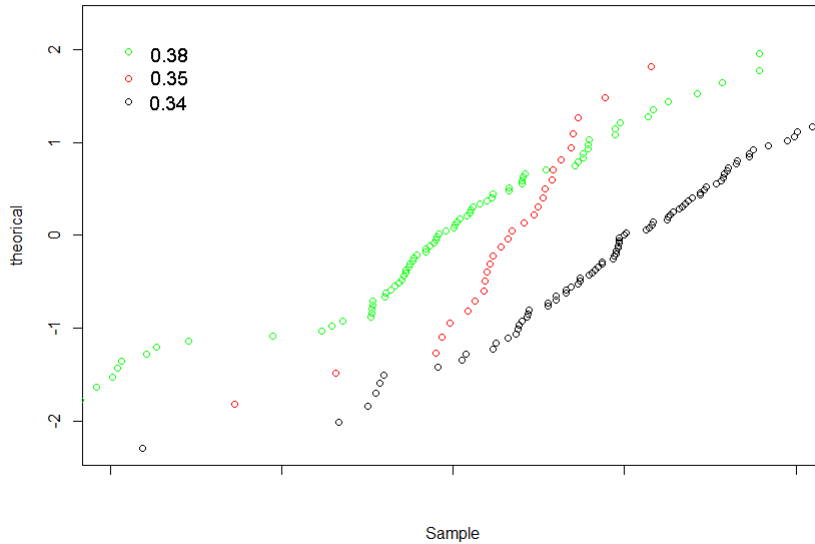


FIGURE 4 – Visualisation de la courbe pour 3 niveaux de contrainte

On observe sur la courbe (4) l'hétérogénéité de nos données puisque la durée de vie dans notre modèle est décroissante avec l'élévation de la contrainte. Les courbes ne sont donc pas censées se croiser.

Les données utilisées sont en fait issues de plusieurs types de pièces. Toutefois utiliser un modèle par pièce n'est pas réaliste, nous proposons la méthodologie suivante afin de regrouper ensemble les pièces aux comportements semblables.

3.1 Modèle ascendant

Dans un premier temps nous allons chercher à regrouper ensemble les groupes de données les plus semblables. À partir de 10 groupes, nous allons en former 9 en unissant les 2 jeux dont le regroupement fait le moins varier la vraisemblance globale du modèle (voir Figure 5). Nous réitérerons ensuite ce regroupement jusqu'à l'obtention un seul groupe de données. Nous construisons donc un algorithme de regroupement pas à pas visualisable sur la Figure 5. Toutefois, le cheminement nous mène à 9 modèles distincts (celui à 10 groupes, à 9 \dots). Afin de sélectionner le meilleur modèle nous proposons l'utilisation d'un critère de type BIC.

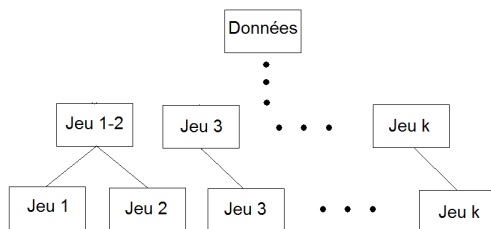


FIGURE 5 – Schéma du principe des regroupements des données

Remarque : nous estimons en fait la logvraisemblance du modèle pour chaque jeu de données. La logvraisemblance finale se calculant ensuite en sommant les logvraisemblances de chaque jeu de données.

3.2 Résultats

Cette modélisation pour la température de 450 degrés regroupe les données en deux classes (principalement liées à la taille de grain du matériau). Ces deux groupes sont visibles sur la Figure 6.

On constate qu'il n'y a plus de croisement des courbes comme on pouvait l'observer précédemment. Ainsi l'ajout d'informations supplémentaires a permis d'effectuer une classification des données en sous-groupes homogènes.

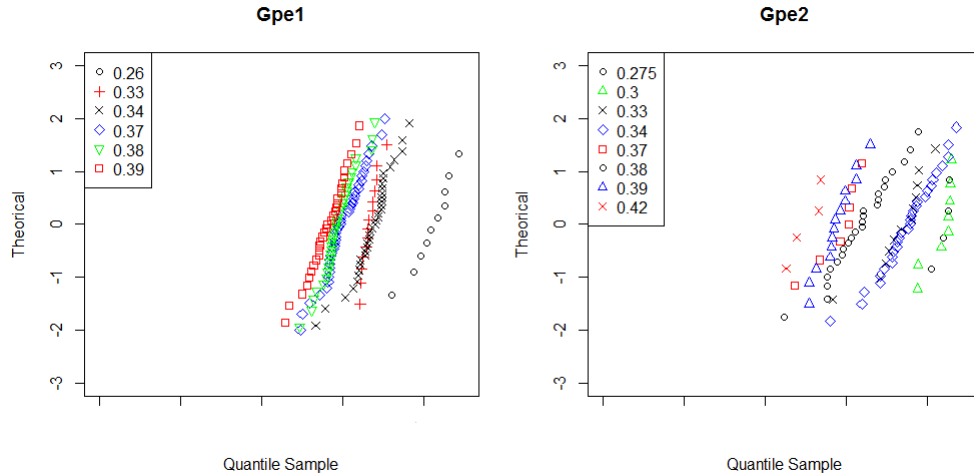


FIGURE 6 – Découpage des données en 2 groupes - QQplot.

4 Conclusion

Nous avons donc proposé un modèle de mélange amorçage-propagation. Celui-ci a été testé sur données réelles et simulées. Une extension du modèle a été proposée afin de mieux prendre en compte l'hétérogénéité des données. Celle-ci étant principalement dues à l'existence de sous-groupes de population au sein des données.

Ce modèle peut être utilisé à la fois en prédiction et en fiabilité avec l'obtention d'un quantile à 0,1% par exemple. Le découpage des données en sous-groupes homogènes permet de retrouver l'influence de paramètres dans la durée de vie (ici la distinction se fait sur la taille de grain).

Bibliographie

[1] Alexandre, F. (2004) Aspects probabilistes et microstructuraux de l'amorçage des fissures de fatigue dans l'alliage INCO 718. *Phd thesis*. Ecole Normale Supérieure des Mines de Paris.

[2] Dempster, A.P., Laird N.M. and Rubin, D.B. (1977) Maximum Likelihood from Incomplete Data via the EM Algorithm. *Journal of the Royal Statistical Society*, 39 ,1-38.