

REGARDS MULTIDIMENSIONNELS SUR LES CONCEPTIONS DE LA MOYENNE ET DE L'ECART-TYPE CHEZ LES ETUDIANTS EN SHS

Noëlle Zendrera, Véronique Dubreil-Frémont et Christelle Chevallier-Gaté

*L'UNAM L'Université Nantes Angers Le Mans, UCO Université Catholique de l'Ouest 3, pl. André Leroy
BP 10 808, 49008-Angers cx-1 France
noelle.zendrera@uco.fr, veronique.dubreil@uco.fr, cgateche@uco.fr*

Résumé. Notre recherche en éducation statistique porte sur la compréhension des principaux indices de la statistique descriptive, première étape dans l'apprentissage de la discipline. Nos préalables travaux ont déjà interrogé, chez les étudiants en SHS, les préconceptions et l'évolution des conceptions au regard des concepts de moyenne puis d'écart-type. Après un traitement univariable de ces conceptions, nous en avons désormais entrepris des analyses multidimensionnelles. Dans cette communication nous développerons les premiers résultats issus des AFC et CAH entreprises, qui corroborent en les enrichissant, les précédents : le concept d'écart-type suscite plus de difficultés d'acquisition que celui de moyenne et pour les deux notions s'opère une évolution positive vers des conceptions conformes.

Mots-clés : Education statistique, concept, conception, moyenne, écart-type, université, étudiants, analyse multidimensionnelle, analyse factorielle des correspondances multiples, AFCM, classification ascendante hiérarchique, CAH

Abstract. Descriptive statistics are the first step of statistic learning. In a previous work, we studied the way non scientist students understand average and how they improved it. Then we used multiple factor analysis and cluster analysis and developed our study on standard deviation. The results are in agreement with what we could expect and will be developed in our communication: average is better understood and standard deviation is quite more difficult to master.

Keywords. Statistics education research, average, standard deviation, undergraduate degree, student understanding, conceptions of average and standard deviation, multiple factor analysis, cluster analysis

1 Introduction : contexte de l'étude

Notre équipe a entamé une large étude, étalée sur plusieurs années universitaires, portant sur l'enseignement-apprentissage de la Statistique dans le supérieur. Cette recherche porte d'une part sur les conceptions élaborées par les étudiants au regard des concepts de moyenne et d'écart-type et d'autre part sur les représentations vis-à-vis de la discipline Statistique. Le public étudiant visé relève de plusieurs filières, niveaux, statuts et campus distincts.

2 Pré-conceptions, Conceptions et Changement conceptuel

Avant même l'apprentissage formel d'un concept, un apprenant possède déjà des idées sous-jacentes, des préconceptions, qui peuvent interférer sur la compréhension de ce savoir, nuisant ou bloquant l'élaboration d'une conception adéquate à son égard. Alors que les conceptions s'avèrent d'une « variété insoupçonnée » (Astolfi et Develay, 1999), modifier une conception inadéquate requiert un « changement conceptuel » (Vosniadou, 2007), processus évolutif ardu à installer. La Statistique n'échappe pas à ce phénomène et les récurrentes difficultés de compréhension suscitées par ses

concepts et procédures sont largement constatées par les spécialistes (Batanero, 2001 ; Brousseau, 2009 ; Garfield et Ahlgren, 1988 ; Moore, 1997 ; Régnier, 2002 ; Shaughnessy, 2007).

Conceptualiser la Moyenne. Alors qu'elle constitue un concept fondateur en statistique, la moyenne suscite nombre de difficultés de compréhension chez les apprenants et utilisateurs de tous niveaux et horizons ; souvent confondue avec une sorte de valeur habituelle, de médiane ou mode, la moyenne revêt en fait une importante complexité (Batanero et al., 1997 ; García et García, 2004 ; Gattuso, 1999 ; Gattuso et Mary, 1997 ; Strauss et Bichler, 1988 ; Zendera et Mary, 2012).

Conceptualiser l'Ecart-type. Le concept d'écart-type, pilier aussi fondamental que celui de moyenne, foment également, de par sa nature complexe et de par la multiplicité de notions qui lui sont connectées, d'importantes difficultés de conceptualisation conforme (delMas et Liu, 2005 ; Estepa et Ortega, 2006 ; Lorrain, 2001). Or, les études sur l'écart-type restent à ce jour bien moins nourries que celles consacrées au concept de moyenne (Reading et Shaughnessy, 2004).

3 Résultats préalables de l'étude

Nous récapitulons ici quelques travaux préalables déjà présentés issus de notre vaste étude.

Conceptions au regard de la Moyenne et de l'Ecart-type : résultats préalables

Les deux premiers volets interrogent, chez les étudiants en sciences humaines et sociales (SHS), l'évolution des conceptions suite à leur toute première formation universitaire en statistique. Les sujets se prêtent à deux passations d'enquête : d'abord en tout début de la première séance de cours, ensuite à l'issue de la dernière. Pour les deux concepts considérés, la moyenne et l'écart-type, un premier questionnement, fermé, interroge leur opinion sur leur maîtrise du concept ; le second questionnement, ouvert, sollicite leur définition du concept ; les productions subissent alors une catégorisation en « adéquates ou satisfaisantes » [conformes ou suffisamment satisfaisantes] et « non satisfaisantes » [inadéquates, non réponses incluses] (Dubreil-F., Bihan-P. et Chevallier-G. 2012).

Il apparaît globalement que chez les étudiants en SHS le concept de moyenne suscite certes des difficultés de compréhension, mais bien moindres que celui d'écart-type ; tant la maîtrise ressentie vis-à-vis des deux concepts que les conceptions manifestées à leur égard évoluent positivement entre le début et la fin de la formation, cette évolution étant bien plus notoire pour l'écart-type ; pour les deux concepts, les définitions de type algorithmique constituent la majorité des productions, et ce autant avant qu'après le cours (Dubreil-Frémont et Chevallier-G., 2013 ; Dubreil-F., Chevallier-G. et Zendera, 2014). Ces résultats confirment en cela ceux d'autres auteurs.

Représentations au regard de la Statistique : résultats préalables

Un troisième pan de l'étude vise les représentations à l'égard de la discipline Statistique en soi et interroge aussi l'intérêt qui lui est porté ainsi que l'importance qui lui est accordée dans les études et dans la vie professionnelle. Il se révèle ainsi une franche différence dans les représentations selon le statut : les étudiants en formation initiale manifestent une perception de la Statistique fortement liée à leur scolarité secondaire et qui reste encore abstraite et imprécise tandis que ceux en formation continue établissent des liens pratiques et concrets avec leurs activités professionnelles (Bihan-Poudec et Marion, 2012 ; Marion et Bihan-P., 2014).

4 Analyses multidimensionnelles des conceptions de la Moyenne et l'Ecart-type

Dans la continuité de l'étude, les divers volets font désormais l'objet d'exploitations des données de type descriptif multidimensionnel, dans le but de compléter les traitements univariés précédemment exposés. Cette communication présentera les résultats issus des analyses factorielles des correspondances multiples (AFCM) et des classifications hiérarchiques ascendantes (CAH) des conceptions des étudiants en SHS au regard de la moyenne et de l'écart-type.

4.1 Premiers résultats issus des analyses factorielles des correspondances multiples (AFCM)

Pour la Moyenne. Les premiers résultats issus des AFCM confirment que, à la sortie du lycée, beaucoup d'étudiants semblent avoir une assez bonne compréhension du concept de moyenne, tant du point de vue de ce qu'ils en jugent eux-mêmes (maîtrise ressentie) que du point de vue de la conception qu'ils manifestent (définition fournie). Après avoir suivi leur premier cours universitaire de Statistique, leurs conceptions de la moyenne semblent s'enrichir encore ; les étudiants définissent la moyenne en fournissant la formule mathématique, donnent une définition algorithmique pondérée, et la voient aussi comme une valeur qui résume la distribution. Par ailleurs le nombre d'étudiants n'ayant pas répondu à la question ouverte sur ce « qu'est la moyenne » diminue nettement à l'issue du cours. Les AFCM ont permis aussi d'établir pour le concept de moyenne de fortes correspondances entre les niveaux de maîtrise ressentie, les types de conceptions (ou leur absence) et les filières des étudiants.

Pour l'Ecart-type. Les premières AFCM sur les conceptions au regard de l'écart-type mettent elles en évidence que, à leur arrivée à l'université, les étudiants rencontrent de très fortes difficultés de compréhension vis-à-vis du concept d'écart-type, manifestées tant au travers de leur maîtrise ressentie que des conceptions élaborées ; le taux de non réponses s'avère très important. Cependant après l'enseignement les étudiants s'expriment davantage et leur acquisition du concept semble s'améliorer fortement sur les deux plans : ils manifestent eux-mêmes une meilleure maîtrise ressentie et en outre produisent plus souvent des définitions concrètes, pour certains conformes et se référant à une mesure de dispersion ou à la racine carrée de la variance. Comme pour la moyenne, les AFCM dégagent pour l'écart-type de fortes correspondances entre la maîtrise ressentie, l'allure des définitions (ou leur absence) et la filière d'études. En guise d'exemple, nous résumons en fig.1 les premières pistes issues du premier axe de l'AFCM sur les conceptions de l'écart-type "après l'enseignement".

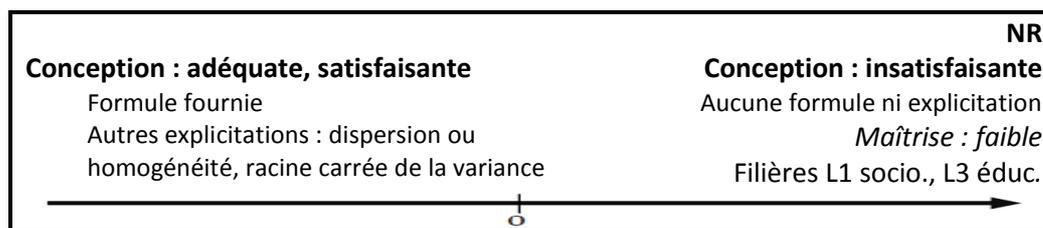


Figure 1. Synthèse du premier axe issu de l'AFCM sur l'écart-type "après l'enseignement"

Dans ce premier axe, la discrimination la plus forte semble opposer les catégorisations des conceptions (comme observé d'ailleurs "avant l'enseignement") : à gauche se retrouvent ainsi les conceptions de l'écart-type classées "adéquates-satisfaisantes" (cf. rub.3), que les étudiants produisent majoritairement en exprimant les idées qu'il représente la dispersion ou l'homogénéité de la série ou encore qu'il correspond à la racine carrée de la variance ; à droite se rejoignent les conceptions "insatisfaisantes", pour cause principalement d'absence de manifestations à l'égard du concept (NR), les degrés de maîtrise perçus comme faibles et les filières L1 sociologie et L3 éducation.

Ainsi tant les AFCM relatives à la moyenne et que celles concernant l'écart-type semblent confirmer et enrichir les conclusions apportées par les analyses univariées (cf. rub.3) et seront plus largement développés lors de notre communication, notamment du point de vue des représentations graphiques (projections des axes principaux).

4.2 Premiers résultats issus des classifications hiérarchiques ascendantes (CAH)

Les classifications hiérarchiques ascendantes viennent corroborer les résultats obtenus *via* les AFCM, en apportant néanmoins un autre regard. Notamment, ces arborescences CAH ont permis de répartir les étudiants en plusieurs classes relativement homogènes, liées encore plus clairement à la filière, en l'occurrence L1 psychologie, L1 Sociologie et L3 éducation. Nous décrivons plus amplement ces CAH en les illustrant des dendrogrammes correspondants.

Lors de notre communication nous poursuivrons le croisement entre les résultats de ces différentes analyses ainsi que la discussion à leur égard, que nous mettrons à la lumière des apports

de la littérature en la matière.

Références bibliographiques

- Astolfi, J.-P. et Develay M. (1999). *La didactique des sciences*. Paris : PUF.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Granada : Universidad de Granada (GIEE).
- Batanero, C., Godino, J. et Navas, F. (1997). Conceptions de maestros de primaria en formación sobre los promedios. In *Evaluación educativa, Actas VII J. LOGSE*. Granada : GEU.
- Bihan-Poudec, A. et Marion, J.-M. (2012). *Regards croisés sur des traitements statistiques de données*. Communication aux JdS-44, SFdS et ULB, Bruxelles, 21-25 mai 2012.
- Brousseau, G. (2009). *Alternatives en didactique de la statistique*. Communication aux JdS-41, SFdS et u. Bx-2, Bordeaux, 25-29 mai 2009.
- delMas, R. et Liu, Y. (2005). Exploring students' conceptions of the standard deviation. *SERJ*, 4(1).
- Dubreil-Frémont, V., Bihan-Poudec., A. et Chevallier-Gaté., C. (2012). *Quelles conceptions de la moyenne ont les étudiants en SHS ?* Comm. au CFIES-3, SFdS et UCO, Angers, 12-14 sept. 2012.
- Dubreil-F., V. et Chevallier-G., C. (2013). *Comment évoluent les conceptions de la moyenne chez les étudiants en SHS ?* Communication aux *JdS-45, SFdS et ESC*, Toulouse, 27-31 mai 2013.
- Dubreil-F., V. Chevallier-G., C. et Zendrera, N. (2014, à venir). Students' conceptions of average and standard deviation. *Proceedings ICOTS-9, IASE, Flagstaff (AZ)*, 13-18 juillet 2014.
- Estepa, A. et Ortega, J. (2006). The meaning of statistics variation in university books in Spain. *Proceedings ICOTS-7, IASE, Bahia (Brésil)*, 2-7 juillet 2006.
- García Alonso, I. et García Cruz, J.-A. (2004). La media aritmética. *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática*, 6.
- Garfield, J. et Ahlgren, A. (1988). Difficulties in learning basic concepts in probability and statistics: Implications for research. *JRME*, 19(1).
- Gattuso, L. (1999). La moyenne: un concept inexploité d'une richesse exceptionnelle. *Repères IREM*, 34.
- Gattuso, L. et Mary, C. (1997). La moyenne, un concept évident ? *Bulletin AMQ*, 37(3).
- Lorrain, F. (2001). L'interprétation physique des notions de variance et d'écart-type. *B-AMQ*, 41(3).
- Marion, J.-M. et Bihan-P., A. (2014, à venir). Social representations of french-speaking undergraduate students (...). *Proceedings ICOTS-9, IASE, Flagstaff (AZ)*, 13-18 juillet 2014.
- Moore, D.S. (1997). New pedagogy and new content : the case of statistics. *ISR*, 65(2).
- Régnier, J.-C. (2002). À propos de la formation en statistique (...). *Revue du CRE*, 22/23.
- Reading, C. et Shaughnessy, J.M. (2004). Reasoning about variation. In *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking*, Dordrecht : Kluwer.
- Shaughnessy, J.M. (2007). Research on Statistics Learning and Reasoning. *2nd Handbook of research on mathematics learning and teaching*, Greenwich (CT).
- Strauss, S. et Bichler, E. (1988). The development of children's concepts of the arithmetic average. *JRME*, 19.
- Vosniadou, S. (2007). The cognitive-situative divide and the problem of conceptual change. *Educational Psychologist*, 42(1).
- Zendrera, N. et Mary, C. (2012). *La conceptualisation de la population parente et de son paramètre moyenne* (...). Comm. au CFIES-3, SFdS et UCO, Angers, 12-14 sept. 2012.