

PROCESSUS STOCHASTIQUE D'INTENSITÉ D'ARRIÈRE-PLAN NON STATIONNAIRE

Larissa VALMY ¹ & Jean VAILLANT ²

¹ *Ecole des Mines Paristech - 35 rue Saint-Honoré - 77300 Fontainebleau*

² *Université des Antilles et de la Guyane, LAMIA (EA4540) - BP 592 Campus de
Fouillole - 97157 Pointe-à-Pitre*

Résumé. Les répartitions d'occurrences d'événements sismiques peuvent être modélisées à l'aide de processus ponctuels spatio-temporels. Ces modèles stochastiques permettent l'analyse statistique de répartitions spatio-temporelles d'occurrences. Plusieurs zones à forte activité sismique font l'objet de l'attention d'équipes de recherche en mathématiques. Leur objectif est de décrire de façon la plus précise les séries d'événements. Considérons un processus ponctuel spatio-temporel, pour décrire l'activité sismique, l'intensité du processus s'exprime en général à l'aide de deux termes, le premier correspond à un processus sans mémoire, dit intensité d'arrière-plan et le second, à un processus auto-excitatif. Nous nous intéressons au cas où l'intensité d'arrière-plan dépend à la fois de la position spatiale et de la date d'occurrence.

Mots-clés. Processus spatio-temporel marqué, test de stationnarité, segmentation dynamique.

Abstract. Seismic events occurrence distributions can be described by using spatio-temporal point processes. These stochastic models allow statistical analysis of spatio-temporal occurrences. Several areas of high seismic activity are studied by research teams in mathematics. Their goal is to describe accurately the events series. Consider a space-time point process to describe seismic activity, the process intensity is generally expressed with two terms, the first is a process without memory, called background intensity and the second, a self-exciting process. We consider the case where the background intensity depends on both spatial position and occurrence date.

Keywords. Marked spatiotemporal process, stationarity test, dynamical segmentation.

1 Introduction

De nombreux auteurs se sont penchés sur l'étude des phénomènes sismiques d'un point de vue mathématique (Ogata, 1988 et 1998; Daley et Vere-Jones, 1988; Kagan, 2004; Huang, 2005 et 2006). Ces contributions concernent l'application de la théorie des processus ponctuels (Karr, 1991) à des séries d'occurrences de tremblements de terre. Si au

départ, l'intérêt portait uniquement sur l'aspect temporel, c'est-à-dire qu'on s'intéressait à la succession chronologique des occurrences, dans un deuxième temps, les chercheurs ont pu aborder l'aspect spatio-temporel avec marques grce à la capacité accrue des calculateurs disponibles. Les modèles les plus courants sont le modèle ETAS (Epidemic Type Aftershock Sequence) proposé initialement par Ogata (1988), ainsi que ses extensions spatio-temporels. Notons que tout récemment, Ogata (2011) a étendu le ETAS spatio-temporel au ETAS spatio-temporel hiérarchisé en mettant des lois à priori sur certains paramètres. Ces modèles ont été appliqués sur les catalogues sismiques de nombreux pays dont le Japon, la Californie et la Nouvelle-Zélande. De tels catalogues correspondent à des fichiers récapitulant les événements sismiques relevés dans la région donnée avec des informations telles que les dates/heures et coordonnées de l'hypocentre et la magnitude. Le but des analyses statistiques est de décrire et expliquer de façon optimale la sismicité d'une région.

2 Processus ponctuels spatio-temporels

On considère un ensemble de marques \mathcal{M} , un espace $X \subset \mathbb{R}^n$, un réel strictement positif T . Les modèles de processus ponctuels sont caractérisés sous certaines conditions par leur intensité conditionnelle. L'intensité en t et x conditionnellement aux marques s'exprime de la façon suivante :

$$\lambda(t, x|H_{t-}) = \mu(x) + \int_0^t \int_X \int_{\mathcal{M}} \kappa(M) \times g(t-s) \times f(x-\epsilon|M) \times dN(s, \epsilon, M) \quad (1)$$

où $M_c \leq M$ et où M_c est un seuil de magnitude, H_{t-} est l'histoire du processus N , covariables comprises jusqu'à la date t exclue. En termes probabilistes, H_{t-} est la σ -algèbre engendrée par les dates et localisations d'occurrences ainsi que par les covariables aux dates $s < t$. De plus, dans le membre de droite de (1), interviennent

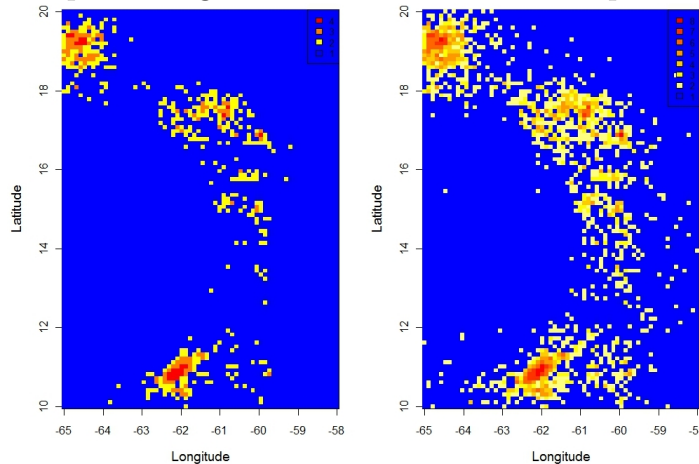
- $\mu(\cdot)$: fonction intensité d'arrière-plan,
- $\kappa(\cdot)$: nombre attendu d'évènements déclenchés par un séisme de magnitude M ,
- $g(\cdot)$: fonction densité de probabilités des dates d'occurrences des répliques,
- $f(\cdot)$: fonction de répartition spatiale conditionnelle des répliques.

Dans notre étude, nous considérons que l'intensité d'arrière-plan n'est pas stationnaire temporellement soit, qu'elle dépend à la fois de la position spatiale et de la date d'occurrence.

3 Application

Au cours de cet exposé, nous présenterons les outils statistiques développés pour tester la stationnarité temporelle du processus d’arrière-plan et effectuer une segmentation dynamique pour l’activité sismique de la région X (Figure 1).

Figure 1: Exemples de segmentation de l’activité sismique de l’arc caribéen



Bibliographie

- [1] Daley D. J. and Vere-Jones D. (1988). *An Introduction to the Theory of Point Processes*, Springer-Verlag, New-York.
- [2] Kagan, Y. Y. (2004) Short-term properties of earthquake catalogs and models of earthquake source. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 94(4) :1207–1228.
- [3] Karr, A. F. (1991) *Point Processes and their statistical inference*, Probability : pure and applied (2), New York.
- [4] Ogata, Y. (1988) Statistical models for earthquake occurrences and residual analysis for point processes. *Journal of American Statistical Association*, 83(401) :9–27.
- [5] Ogata, Y. (1998) Space-time point-process models for earthquake occurrences. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 50(2) :379–402.
- [6] Ogata, Y. and Zhuang, J. (2006) Space-time ETAS models and an improved extension. *Tectonophysics*, 413 :13–23.
- [7] Ogata, Y. (2011) Significant improvements of the space-time ETAS model for forecasting of accurate baseline seismicity. *Earth Planets Space*, 63 : 217–229.
- [8] Zhuang, J., Chang, C.-P., Ogata, Y. and Chen Y.-I. (2005). A study on the background and clustering seismicity in the Taiwan region by using a point process model. *Journal of Geophysical Research*, 110 : 275–290.