

LE PLAN DE CRIBLAGE DÉFINITIF: UNE APPROCHE DÉFINITIVE

Florence Kussener

JMP/SAS Institute, Chemin de Gregy, 77257 Brie Comte Robert Cedex, florence.kussener@jmp.com

Résumé. Les plans de criblage ont pour but de cribler un nombre conséquent de facteurs afin d'en extraire le maximum d'information d'un processus. Ces plans sont limités et nécessitent généralement une seconde étude afin de lever les confusions et d'aborder les effets du second ordre. Présenté en 2011, le plan de criblage définitif est une approche de criblage des facteurs permettant de récupérer en un nombre d'essais minime (2^k+1), un maximum d'information, évitant toute confusion sur les impacts de facteurs et allant jusqu'à proposer des informations sur les effets du second ordre. Le but de ce papier est de proposer une comparaison d'un plan de criblage définitif avec un plan de criblage classique afin d'en montrer les avantages. L'application de ce plan novateur se fera au travers du logiciel JMP, seul logiciel proposant ce type de plan.

Mots-clés. Plan de criblage, plan de criblage définitif

Abstract. The goal of screening design is to to screen a large number of factors in the goal to extract relevant factors related to a process. These designs are limited and need an advanced analysis to remove some uncertainty and confusion and to have an idea of second-order effects. Presented in 2011, the definitive screening design is a new approach, which allow to screen factors though a small number of runs (2^k+1). It also helps to get a large number of information, avoiding all confusion on factors effects and even give some second-order effects information. The goal of this paper is to give a comparison between a classical screening approach and definitive screening design and to show the benefits. The application of this new and design will be done though JMP, software that allows to build this new design and also to analyze it.

Keywords. Screening design, Definitive screening design, DSD

Introduction

Approche présentée par Bradley Jones et Chris Nachtsheim et récompensée par le prix Brumbaugh de l'American Society for Quality's 2012 [1], le plan de criblage définitif est un plan de criblage à 3 niveau permettant une information complète, même en cas de présence d'effets de second ordre. Ce plan novateur est maintenant proposé dans l'environnement JMP (SAS Institute) [2].

1. Le plan de criblage définitif : Définition

La démarche du plan de criblage est de se positionner sans a priori face à un processus afin de trouver les facteurs influant sur le processus en question. Nous sommes donc généralement face à un nombre de facteurs imposants et il est difficile d'estimer la totalité des effets du second ordre avec ce dimensionnement.

1.a Le plan de criblage

Les plans de criblages classiques, estimant les facteurs sur uniquement deux niveaux sont donc généralement cantonné aux effets principaux, et éventuellement à quelques interactions.

Que l'on considère un plan factoriel ou un plan de Plackett-Burman, selon si le nombre d'essai est

égal à 2^k ou pas, la méthodologie consiste à choisir dans une liste de plan (Fig. 1) qui nous définira le nombre d'essais ainsi que les éléments estimables, incluant ou non certaines interactions.

Nombre d'essais	Bloc Taille	Type de plan	Résolution - ce qui est estimable
8		Factoriel fractionnel	3 - Effets principaux des facteurs univariés
8	4	Factoriel fractionnel	3 - Effets principaux des facteurs univariés
12		Plackett-Burman	3 - Effets principaux des facteurs univariés
16		Factoriel fractionnel	4 - Certaines interactions doubles
16	8	Factoriel fractionnel	4 - Certaines interactions doubles
16	4	Factoriel fractionnel	4 - Certaines interactions doubles
16	2	Factoriel fractionnel	4 - Certaines interactions doubles
32		Factoriel fractionnel	5+ - Toutes les interactions doubles
32	16	Factoriel fractionnel	5+ - Toutes les interactions doubles
32	8	Factoriel fractionnel	4 - Certaines interactions doubles
32	4	Factoriel fractionnel	4 - Certaines interactions doubles
32	2	Factoriel fractionnel	4 - Certaines interactions doubles
64		Factoriel complet	>6 - Pleine résolution
64	32	Factoriel complet	5+ - Toutes les interactions doubles

Figure 1. Plans de criblage proposés par JMP dans le criblage de 6 facteurs continus

La compréhension des effets du second ordre est alors analysée dans un second temps, par exemple avec l'utilisation des plans de surface de réponse appliqués uniquement sur les facteurs détectés comme influant par le plan de criblage.

Toutefois, si la courbe d'effet d'un facteur est très prononcée, un plan de criblage classique risque de ne pas repérer cet effet et d'éliminer le facteur. Par ailleurs, en cas d'interactions à deux facteurs, les plans de criblage standard avec le même nombre d'essais nécessiteront une expérimentation de suivi afin de lever l'ambiguïté. Ne serait-il pas plus pratique de pouvoir lever directement l'ambiguïté ? C'est possible avec les plans de criblage définitifs.

1.b le plan de criblage définitif

Si on compare le plan de criblage définitif, différents aspects viennent à l'esprit. Tout d'abord, il s'agit d'un plan basé sur des facteurs numériques qui sont testés sur 3 niveaux.

Un autre aspect des plans de criblage définitif est le fait que les essais viennent par paire, chaque élément de la paire venant en miroir de l'autre. Par exemple si un essai est codé « + 0 - + - + », un essai associé sera codé « - 0 + - + - », (- définissant le niveau bas du facteur, + le niveau haut et 0 le niveau central). Chaque paire d'essais aura un de ses facteurs à son niveau central alors que les autres seront sur leur valeur basse ou haute.

De plus, un essai au niveau central de tous les facteurs est ajouté.

Numéro des essais	X1	X2	X3	X4	X5	X6
1	0	1	1	1	1	1
2	0	-1	-1	-1	-1	-1
3	1	0	-1	1	1	-1
4	-1	0	1	-1	-1	1
5	1	-1	0	-1	1	1
6	-1	1	0	1	-1	-1
7	1	1	-1	0	-1	1
8	-1	-1	1	0	1	-1
9	1	1	1	-1	0	-1
10	-1	-1	-1	1	0	1
11	1	-1	1	1	-1	0
12	-1	1	-1	-1	1	0
13	0	0	0	0	0	0

Table 1. Table de plan de criblage définitif pour 6 facteurs.

La table 1 présente un plan pour 6 facteurs. Vous pouvez noter qu'il y a 13 essais, ce qui est égal à 2^k+1 .

2. Le plan de criblage définitif : Spécificités

2.a Matrice de corrélation

Une manière de mettre en avant les particularités du plan de criblage définitif est de visualiser la matrice de corrélation associée. La figure 2 illustre le cas de 6 facteurs.

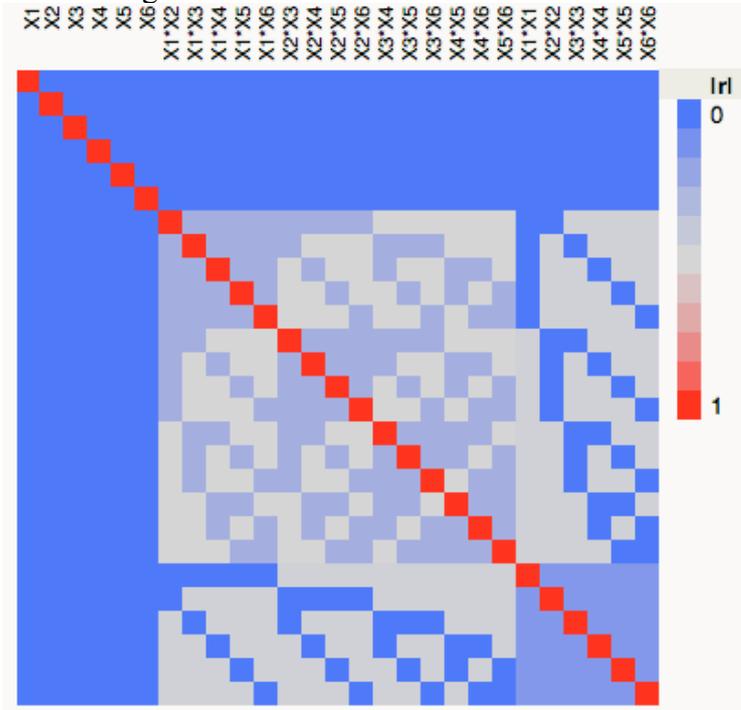


Figure 2 : matrice de corrélation pour un plan de criblage définitif

Les termes que nous voulons analyser sont nos effets principaux mais aussi nos interactions de deux facteurs ainsi que nos termes du second ordre. Nous pouvons rapidement observer que seule la diagonale est en rouge. Cela mène à la conclusion qu'aucun des effets du modèle n'est confondu avec un autre.

En effet, les effets principaux ne sont confondus avec aucun autre facteur ($|r| < 0.0001$).

Les huit dernières colonnes représentent les effets quadratiques. Leurs effets ne sont que moyennement corrélés entre eux ($|r| = 0.133$). De plus, ces effets quadratiques ne sont pas corrélés avec un terme d'interaction du second ordre impliquant son facteur ($|r| < 0.0001$). Cela signifie que l'effet quadratique du facteur A est non corrélé avec AB. De plus, les autres interactions sont corrélées au niveau de 0.46. Cela implique que les 6 effets quadratiques des facteurs sont estimables avec le plan de criblage définitif.

Les interactions ont des corrélations entre elles ont des valeurs entre 0.25 et 0.5. Mais comparons ce plan de criblage avec un plan de criblage classique pour 6 facteurs.

2.b Comparaison avec un plan de criblage classique

Nous avons considéré un plan de Plackett Burman pour 6 facteurs continus, qui propose 12 essais, auquel nous avons ajouté un point central (Table 2), ce qui nous ramène au nombre d'essai équivalent au plan de criblage définitif proposé ci-dessus.

Table 2 : plan Plackett Burman pour 12 essais avec un

Configuration	X1	X2	X3	X4	X5	X6
1 ----+--	-1	-1	-1	1	-1	-1
2 -----+	-1	-1	1	-1	-1	1
3 ---+++	-1	-1	1	-1	1	1
4 -+++--	-1	1	-1	-1	1	-1
5 -+++++	-1	1	-1	1	1	1
6 -++++-	-1	1	1	1	-1	-1
7 000000	0	0	0	0	0	0
8 +----+	1	-1	-1	-1	1	-1
9 +---++	1	-1	-1	1	-1	1
10 +-----	1	-1	1	1	1	-1
11 +-----	1	1	-1	-1	-1	1
12 +++----	1	1	1	-1	-1	-1
13 ++++++	1	1	1	1	1	1

point

central

Nous pouvons voir la matrice de corrélation pour ce plan de criblage (Fig. 3).

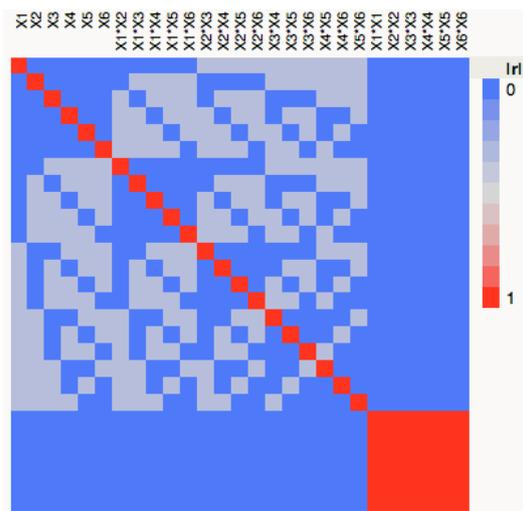


Figure 3 : Matrice de corrélation pour un plan de criblage de Plackett Burman

Ici (Fig. 3), il y a clairement une incapacité complète à définir un effet quadratique, quel qu'il soit, la corrélation entre ces effets étant de 1. Nous pouvons de plus remarquer de la corrélation entre les effets principaux et les effets d'interaction entre deux acteurs, d'une valeur de 0.33, ce qui est assez contraignant.

Nous pourrions remarquer un impact encore plus fort dans le cas de 8 facteurs (Figure 4). Le plan de

criblage définitif a été créé avec 17 essais. Le plan de criblage classique construit est un plan factoriel fractionnel à 16 essais auquel un point central a été ajouté.

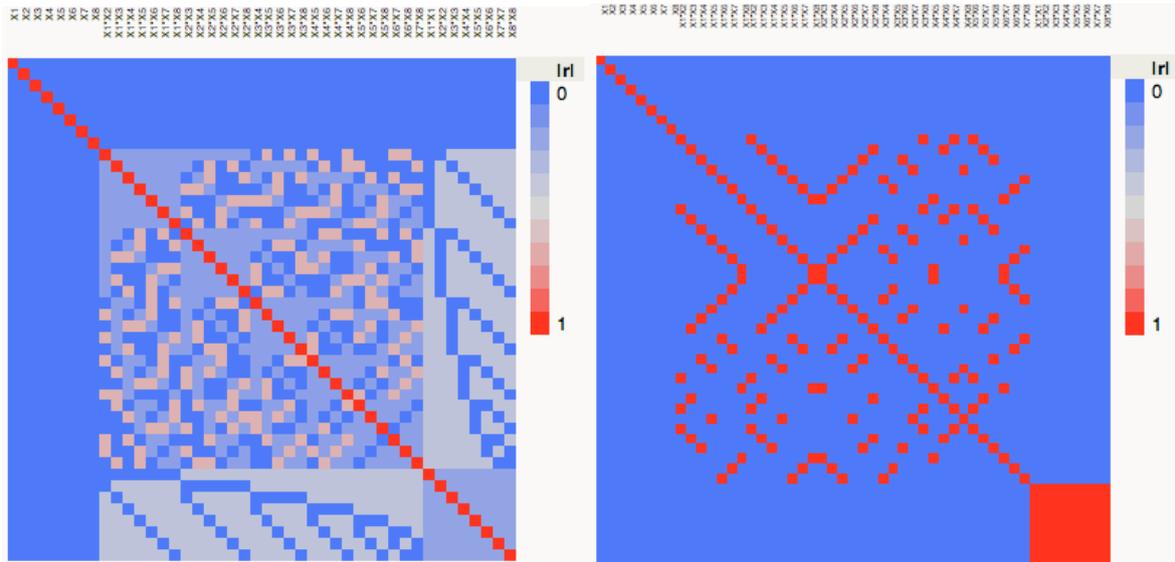


Figure 4. (a) : Matrice de corrélation pour un plan de criblage définitif pour 8 essais. (b) : Matrice de corrélation pour un plan factoriel fractionnel

Nous pouvons remarquer sur la Figure 4-a une matrice équivalente pour le plan de criblage à 8 facteurs que celui à 6 facteurs, avec des interactions du second ordre avec dans certains cas, des corrélations plus marquées. Si on s'attarde maintenant sur le cas du plan de criblage classique, illustré sur la figure 4-b, nous remarquons un schéma très délicat. En effet, en plus du fait que les effets du second ordre sont complément corrélés, nous remarquons aussi que certaines interactions sont elles aussi corrélées totalement ($|r| = 1$), impliquant que les interactions sont totalement confondues entre elles.

2.c Application

Nous avons pu déterminer que le plan de criblage définitif avait la capacité de définir la non linéarité des facteurs. Cela est confirmé par l'analyse du plan une fois les essais effectués (table 3).

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	Y
1	0	-1	-1	-1	-1	-1	31,90
2	-1	1	0	1	-1	-1	18,95
3	1	1	1	-1	0	-1	26,84
4	-1	-1	1	0	1	-1	0,22
5	1	0	-1	1	1	-1	28,69
6	1	-1	1	1	-1	0	10,89
7	0	0	0	0	0	0	23,74
8	-1	1	-1	-1	1	0	17,15
9	-1	0	1	-1	-1	1	10,02
10	1	1	-1	0	-1	1	25,45
11	-1	-1	-1	1	0	1	22,20
12	1	-1	0	-1	1	1	20,43
13	0	1	1	1	1	1	28,37

Table 3 : essais effectués pour le plan de criblage définitif à 6 facteurs

Nous avons appliqué une méthode de régression pas à pas à nos essais afin de trouver les facteurs les plus influent et certains facteurs sont considérés comme impactant le modèles, en particulier X1, X2, et X3 ainsi que certaines interactions et la non linéarité du facteur X1. Le modèle final est donc celui récapitulé dans la table 4.

Terme	Estimation	Erreur		
		standard	t ratio	Prob. > t
Constante	24,2342	0,498404	48,62	<,0001*
X3	-4,904902	0,246023	-19,94	<,0001*
X1	4,3753446	0,246023	17,78	<,0001*
X2	3,1104382	0,246023	12,64	<,0001*
X3*X1	0,1752152	0,286739	0,61	0,5636
X1*X1	-5,019748	0,584056	-8,59	0,0001*
X3*X2	5,6519993	0,323976	17,45	<,0001*

Table 4 : Effets du plan de criblage définitif suite à une régression pas à pas

On peut observer la manière dont est impactée la réponse par les facteurs en utilisant le profiler de JMP dont une capture est proposée en Figure 5. Même si les interactions ne peuvent être mise en avant avec une capture d'écran, contrairement aux résultats dans l'environnement interactif de JMP, on peut toutefois observer la courbure du facteur X1.

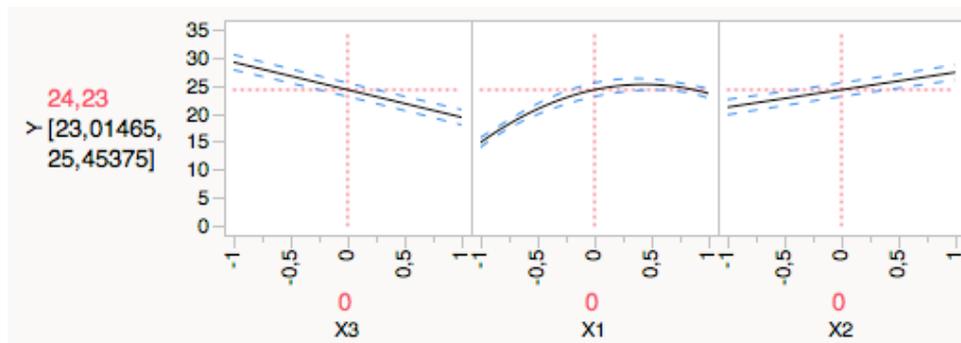


Figure 5: Estimation du modèle par le biais du profiler de JMP

Conclusion

Le but du criblage est de séparer les facteurs influent des facteurs ayant un effet négligeable. Si l'effet d'un facteur est fortement incurvé, un criblage classique peut omettre cet effet et négliger le facteur. Dans le cas d'interaction à deux facteurs, les plans de criblage classiques proposant le même nombre d'essais qu'un plan de criblage définitif nécessitent des essais supplémentaires afin de résoudre certaines ambiguïtés. Le plan de criblage classique peut résoudre cette problématique de manière fiable, même dans le cas d'effets du second ordre.

Bibliographie

- [1] Jones B et Chris Nachtsheim C. (2011), "A Class of Three-Level Designs for Definitive Screening in the Presence of Second-Order Effects", *Journal of Quality Technology*.
- [2] JMP/SAS institute, www.jmp.com